

## Teste de Seleção 2018/1: Matemática

### Prova com consulta a manuais de tabelas e fórmulas

Autor(es) do manual de tabelas que utilizará na prova: \_\_\_\_\_

Não é permitido o uso de calculadora, computador, apostilas, livros e/ou manuscritos

Nome: \_\_\_\_\_

10/11/2017.

1. Seja um retângulo inscrito em um semicírculo de raio  $R$ . Qual deverá ser a altura e o comprimento do retângulo para que seu perímetro seja máximo? Determine o perímetro e as coordenadas dos vértices. Realize um gráfico colocando todos os elementos do problema (semicírculo, retângulo, coordenadas, etc.).

2. A velocidade de um projétil lançado verticalmente está dada por  $v(t) = 45 - 10t$ , em que  $v$  está em m/s e  $t$  em segundos. A velocidade de lançamento é de 45 m/s.
- 2.a) Determine a função que descreve a altura  $h(t)$  do projétil.
- 2.b) Determine a altura máxima que vai alcançar, em quanto tempo e com que velocidade.
- 2.c) Determine a velocidade média do projétil no intervalo  $[t = 0; t = 5s]$ .
- 2.d) Determine as velocidades e alturas para os tempos  $t = 2s$  e  $t = 7s$ .
- 2.e) Prove que o projétil se movimenta com aceleração constante.
- 2.f) Grafique, de forma aproximada,  $h(t)$  e  $v(t)$  para o intervalo  $[t = 0; t = 9s]$ .

3. Seja a função  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ .

3.a) Prove que suas derivadas são  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$  e  $f''(x) = \frac{2x^3-6x}{(1+x^2)^3}$ .

- 3.b) Determine a simetria da função.

- 3.c) Determine os intervalos de crescimento e as coordenadas dos extremos relativos, se existirem.

- 3.d) Determine os intervalos de concavidade e convexidade e as coordenadas dos pontos de inflexão, se existirem.

- 3.e) Determine  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

- 3.f) Determine o máximo absoluto e o mínimo absoluto no intervalo  $[-2, 5]$ .

- 3.g) Grafique, de forma aproximada, a função  $f(x)$ . O gráfico deve ser realizado a partir das informações obtidas de (3.a) a (3.f).

Nota: os exercícios têm todos o mesmo valor.