

## PPG RHSA

### Teste de Seleção 2018

### Gabarito da Prova de Matemática

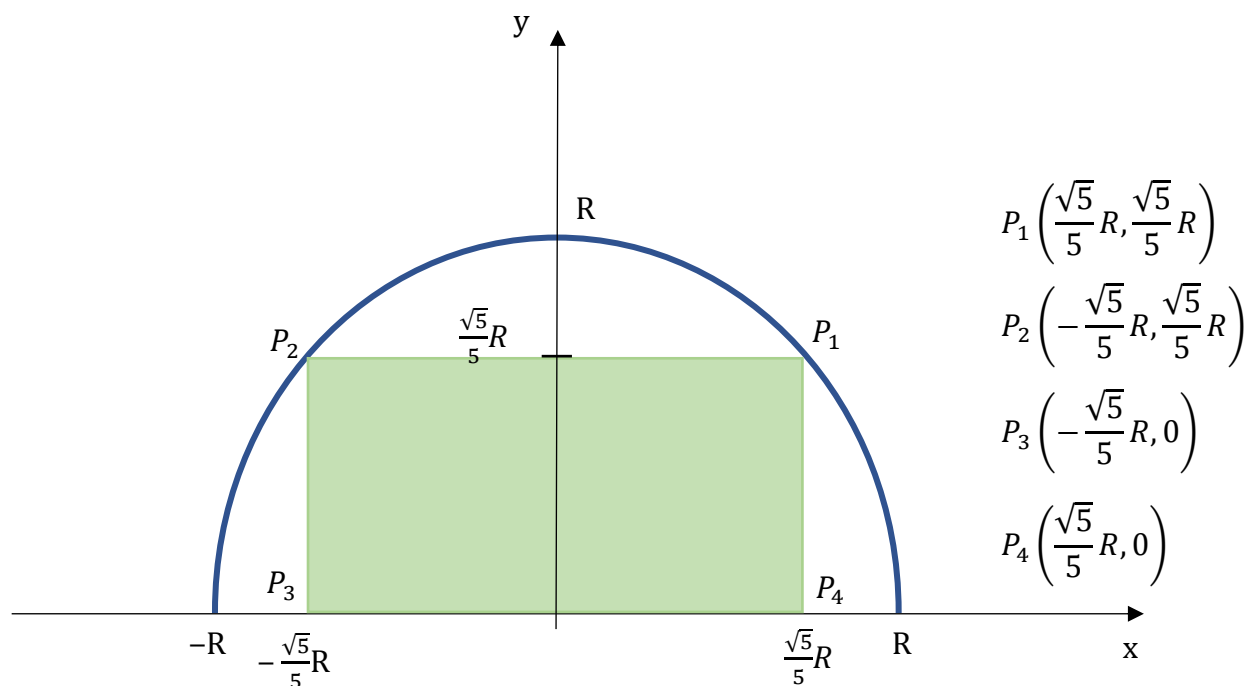
Questão 1:

1. Seja um retângulo inscrito em um semicírculo de raio  $R$ . Qual deverá ser a altura e o comprimento do retângulo para que seu perímetro seja máximo? Determine o perímetro e as coordenadas dos vértices. Realize um gráfico colocando todos os elementos do problema (semicírculo, retângulo, coordenadas, etc.).

Altura:  $H = \frac{\sqrt{5}}{5}R$

Comprimento:  $L = \frac{2\sqrt{5}}{5}R$

Perímetro máximo:  $P_{\text{máx}} = 2\sqrt{5}R$



Questão 2:

2. A velocidade de um projétil lançado verticalmente está dada por  $v(t) = 45 - 10t$ , em que  $v$  está em m/s e  $t$  em segundos. A velocidade de lançamento é de 45 m/s.
- 2.a) Determine a função que descreve a altura  $h(t)$  do projétil.
- 2.b) Determine a altura máxima que vai alcançar, em quanto tempo e com que velocidade.
- 2.c) Determine a velocidade média do projétil no intervalo  $[t = 0; t = 5s]$ .
- 2.d) Determine as velocidades e alturas para os tempos  $t = 2s$  e  $t = 7s$ .
- 2.e) Prove que o projétil se movimenta com aceleração constante.
- 2.f) Grafique, de forma aproximada,  $h(t)$  e  $v(t)$  para o intervalo  $[t = 0; t = 9s]$ .

2.a)  $h(t) = 45t - 5t^2$  para  $0 \leq t \leq 9s$

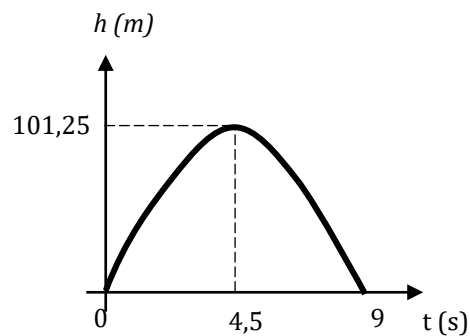
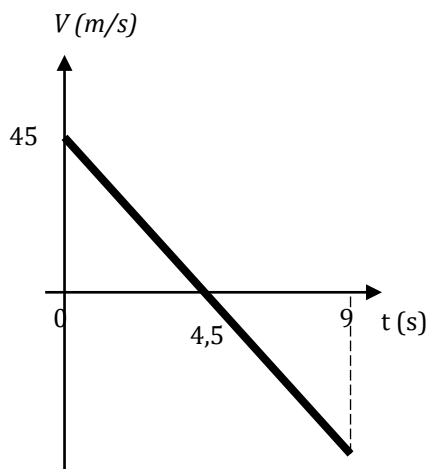
2.b)  $h_{\max} = 101,25\text{ m}$ ;  $T = 4,5\text{ s}$ ;  $V = 0$

2.c)  $V_{\text{média}} = 20\text{ m/s}$

2.d)  $V(2s) = V(7s) = 25\text{ m/s}$        $h(2s) = h(7s) = 50\text{ m}$

2.e)  $a = \frac{dv}{dt} = -10\text{ m/s}$

2.f)



Questão 3:

3. Seja a função  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ .

3.a) Prove que suas derivadas são  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$  e  $f''(x) = \frac{2x^3-6x}{(1+x^2)^3}$ .

3.b) Determine a simetria da função.

3.c) Determine os intervalos de crescimento e as coordenadas dos extremos relativos, se existirem.

3.d) Determine os intervalos de concavidade e convexidade e as coordenadas dos pontos de inflexão, se existirem.

3.e) Determine  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

3.f) Determine o máximo absoluto e o mínimo absoluto no intervalo  $[-2, 5]$ .

3.g) Grafique, de forma aproximada, a função  $f(x)$ . O gráfico deve ser realizado a partir das informações obtidas de (3.a) a (3.f).

3.a) Demonstração

3.b)  $f(x) = -f(-x)$  - função ímpar (assimétrica)

3.c) Derivada primeira:

Intervalo	$(-\infty; -1)$	$x = -1$	$(-1; 1)$	$x = 1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$<0$	0	$>0$	0	$<0$
	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
		Mínimo relativo $P_1(-1, -\frac{1}{2})$		Máximo relativo $P_2(1, \frac{1}{2})$	

3.d) Derivada segunda:

Intervalo	$(-\infty; -\sqrt{3})$	$x = -\sqrt{3}$	$(-\sqrt{3}; 0)$	$x = 0$	$(0; \sqrt{3})$	$x = \sqrt{3}$	$(\sqrt{3}; +\infty)$
$f''(x)$	$<0$	0	$>0$	0			$<0$
	$\downarrow$	PI	$\uparrow$	PI	$\downarrow$	PI	$\uparrow$
	Convexa		Côncava		Convexa		Côncava
$PI_1(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$		$PI_2(0, 0)$			$PI_3(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4})$		

3.e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$

3.f) Gráfico

